

辐射传输：从唯象到第一性原理

吴自华，秦其明

北京大学 地球与空间科学学院 遥感与地理信息系统研究所, 北京 100871

摘要：在回顾经典辐射传输理论的发展历史的基础上，本文对辐射传输理论与经典电磁理论的联系方面的研究工作进行了系统综述：从19世纪80年代提出至今，辐射传输理论已经过了一百多年的发展，并在诸多领域，尤其是定量遥感中得到了广泛的应用。经典辐射传输理论是一种唯象的近似理论，虽然描述的是电磁辐射的传播过程，但却长期被视为与经典电磁学相独立的一座“孤岛”。为了建立起辐射传输理论和经典电磁学间的联系，从20世纪60年代开始，众多研究者从第一性原理（也即Maxwell方程组）出发，从理论推导、数值模拟和受控实验3个角度展开了一系列研究，据此进一步明确了辐射传输理论的适用范围和条件，并针对相干后向散射和密集介质等情形提出了一些改进的辐射传输方法。展望未来，这一探索仍将继续，并将促进辐射传输理论与电磁理论的进一步结合，从而更好地服务于定量遥感的应用需求。

关键词：遥感，辐射传输，唯象，第一性原理，经典电磁学，Maxwell方程组

中图分类号：P2

引用格式：吴自华,秦其明.2023.辐射传输:从唯象到第一性原理.遥感学报,27(7):1628-1641

Wu Z H and Qin Q M. 2023. Radiative transfer: From phenomenology to first principles. National Remote Sensing Bulletin, 27(7):1628-1641[DOI:10.11834/jrs.20222062]

1 引言

辐射传输理论在天体物理 (Chandrasekhar, 1950; Peraiah, 2002)、工程热物理 (Howell 等, 2010)、计算机图形学 (Glassner, 1989)、生物医学成像 (Wang 和 Wu, 2007)、遥感 (Verhoef, 1998; 秦其明 等, 2018) 等众多领域都是重要的基础理论之一。在定量遥感中，辐射传输理论的应用尤为广泛。在植被遥感领域，辐射传输模型是重要的冠层方向性反射率（发射率）模型之一 (Kuusk, 2018)，也是诸多计算机模拟模型的理论基础 (Gastellu-Etchegorry 等, 2004)；在大气遥感领域，辐射传输模型是研究大气中气体分子和各种粒子（包括水滴、冰晶、气溶胶颗粒等）与电磁辐射相互作用的通行方法 (Wendisch 和 Yang, 2012)；此外，在海洋遥感 (Mobley, 2001)、冰雪遥感 (Mishchenko 等, 1999; Royer 等, 2017)、土壤遥感 (Schmugge 和 Choudhury, 1981; Bablet

等, 2018; Sadeghi 等, 2018) 等领域，也往往基于辐射传输理论来构建研究对象的反射率或发射率模型，在此基础上开展正向模拟和参数反演。

经典辐射传输理论是一种唯象的近似理论 (Wolf, 1976; Mishchenko, 2014b)，这里的“唯象”指的是基于对实验现象的概括和提炼，而非从基本物理原理（也即“第一性原理”）出发，通过严格的理论推导得到。虽然经典辐射传输理论被广泛用于研究电磁辐射在不同介质中的传输过程和能量收支，它与经典电磁学或更加精确的量子电动力学之间并没有明显的关联。Preisendorfer (1965) 曾做出过这样的比喻：电磁理论是“大陆”，而经典辐射传输理论则是“大陆”之外的一座“孤岛”。由于从一开始就只考虑了电磁辐射的能量而非电磁场的场量，经典辐射传输理论无法描述电磁波的干涉和衍射等现象，因此无法用来表征相干后向散射/弱定域性 (Wolf 和 Maret, 1985; Liang 和 Mishchenko, 1997; Mishchenko 等,

收稿日期: 2022-02-17; 预印本: 2022-06-28

基金项目: 国家自然科学基金(编号:42071314)

第一作者简介: 吴自华,研究方向为定量遥感理论。E-mail: wuzihua@pku.edu.cn

通信作者简介: 秦其明,研究方向为定量遥感与地理信息系统。E-mail: qmqin@pku.edu.cn

1999; Kaasalainen 等, 2006)。此外, 对于介质中散射体的占空比较高的密集介质 (一般认为占空比高于 10% 可称为密集介质), 经典辐射传输理论也不适用 (Tsang 和 Ishimaru, 1987; 金亚秋, 1992)。

想要明确辐射传输理论的适用范围和适用条件, 并进行机理性的修正, 必须从第一性原理出发。从 20 世纪 60 年代起, 就有一系列研究者尝试从 Maxwell 方程组出发推导辐射传输方程或与其具有相似形式的方程式。目前得到普遍认可的是 Mishchenko (2002, 2010) 和 Mishchenko 等 (2006) 给出的离散随机介质 (Mishchenko 等, 2016) 情形下的推导。此外, 也有很多研究者采用数值模拟或受控实验的方法来对经典辐射传输理论和精确的电磁计算或测量结果进行比较 (Mishchenko 等, 2007, 2013; Voit 等, 2009), 以得到定量的结果。

令人遗憾的是, 长期以来众多遥感领域的专著和教科书对于辐射传输理论的物理基础没有给予足够的重视, 往往只是从能量守恒角度给出辐射传输方程的唯象推导, 而未能揭示其深层的电磁学基础。为此, 本文对经典辐射传输理论的发展历程进行回顾; 从理论推导、数值模拟和受控实验 3 个方面系统地介绍现有的对辐射传输理论与电磁学之间联系的研究, 并简要介绍将辐射传输理论向密集介质进行推广的有关工作; 最后对辐射传输理论的未来发展作出展望。

2 经典辐射传输理论

辐射传输理论的起源可以追溯到 18 世纪的光度学研究。当时, 法国科学家 Bouguer 和瑞士科学家 Lambert 对光在半透明介质中的传播进行了系统的研究, 并归纳提出了著名的指数衰减定律, 也即 Lambert-Bouguer 消光定律 (Bouguer, 1729, 1760; Lambert, 1760):

$$I(s) = I(0) \cdot \exp\left(-\int_0^s \kappa_e(s') ds'\right) \quad (1)$$

式中, I 为辐亮度, κ_e 为消光系数。消光定律描述了在不考虑多次散射和发射贡献时, 准直辐射的光束在传播过程中的辐亮度衰减。Bouguer 和 Lambert 因此被视为让光度学真正成为一门科学的奠基人。在他们之后, 19 世纪时, Beer (1854) 在对溶液光学性质的研究中, 进一步将浓度引入

了消光定律, 这是对光度学的一个重要补充。

在长期的光度学研究的积累之上, 19 世纪末, Lommel (1887) 和 Chwolson (1889) 分别提出了积分形式的辐射传输方程, 但他们的工作在较长的一段时间里没有得到足够的重视。反倒是后来 Schuster (1905) 对辐射在雾中传播的研究, 被很多人认为是辐射传输方程的首次提出。实际上, 他所提出的是我们现在所熟知的对辐射传输方程的二流近似。Schwarzschild (1906)、Eddington (1916) 以及 Milne (1921) 等从天体物理的角度, 对恒星辐射平衡进行了一系列研究, 并提出了 Schwarzschild-Milne 积分方程和 Eddington 近似等概念, 这些工作也为辐射传输理论的建立打下了重要的基础。

早期的辐射传输方程中, 只考虑了光强, 而没有考虑偏振。Gans (1924) 最早考虑了偏振光在平面平行的 Rayleigh 散射大气中的传播问题, 但仅仅考虑了垂直入射的情形; Sobolev (1949) 对 Rayleigh 散射情形下的偏振光传播和散射也进行了深入的研究。任意入射角度和任意偏振状态的情形, 最终由 Chandrasekhar (1950) 解决。我们今天最为熟悉的积分-微分形式的辐射传输方程, 最早由 Rozenberg (1955) 系统提出, 这标志着辐射传输理论的基本完成。在此之后, 值得称道的工作主要是 Tsang (1984) 及 Tsang 等 (2000b) 在辐射传输方程中补充了热辐射项 (或更一般的, 自身辐射项)。最终得到的方程如下:

$$\frac{dI(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}})}{d\hat{\mathbf{q}}} = \hat{\mathbf{q}} \cdot \nabla I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) = -\kappa_e I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) + \varepsilon(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) + \int d\Omega' I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}') p(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{q}}') \quad (2)$$

式中, $I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}})$ 为辐亮度, κ_e 为消光系数, $\varepsilon(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}})$ 为热辐射项, $p(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{q}}')$ 则表示了其他方向向 $\hat{\mathbf{q}}$ 方向的散射相函数。式 (2) 的含义是一目了然的, 也即辐亮度的变化量是消光造成的削减、其他方向带来的散射增强与热辐射增强三者效应的累加。式 (2) 中, 没有考虑光的偏振, 这一形式的辐射传输方程被称为标量辐射传输方程。如果考虑光的偏振, 则需要将式中的辐亮度和热辐射项分别替换为对应的 Stokes 矢量, 并将消光系数和散射相函数分别替换为消光矩阵和散射相矩阵, 这样得到的辐射传输方程就被称为矢量辐射传输方程。

经典辐射传输理论最主要的优势在于其简洁

性 (Efremenko 和 Kokhanovsky, 2021)。一系列对辐射传输方程进行数值和近似求解的方法已相当成熟, 包括但不限于逐次散射法 (Zhai 等, 2009)、累加一倍加法 (Prahl, 1995)、离散纵标法 (Chandrasekhar, 1950; Siewert, 2000; Balsara, 2001)、球谐函数法 (Benassi 等, 1984; Garcia 和 Siewert, 1986)、Monte Carlo 方法 (Bernes, 1979; Whitney, 2011) 等。

虽然在辐射传输方程中并没有直接体现, 但经典辐射传输理论实际上依赖于独立散射假设 (Chandrasekhar, 1950)。在辐射传输方程的唯象推导中, 这一假设往往隐含在“光子”或“光线”的概念下。这里的“光子”概念来自于 Einstein 于 1905 年提出的“光量子”概念 (Arons 和 Peppard, 1965), 而“光线”概念来自于电磁学中的几何光学近似 (Mishchenko 等, 2002)。这些“光子”或“光线”在介质中的传播被认为是彼此独立、互不影响的, 这样的传播过程也就被称为独立散射。当散射体在介质中的分布较为稀疏时, 独立散射假设与实际的电磁散射过程是比较符合的, 因此经典辐射传输理论在这一情况下可以得到比较理想的结果; 但随着散射体占空比的增加, 介质逐渐由稀疏介质过渡到密集介质, 散射体之间的相互作用和影响不再能忽略, 独立散射假设就不再成立, 而经典辐射传输理论在这一情况下也就遇到了问题 (Tsang 和 Ishimaru, 1987; 金亚秋, 1992)。

3 辐射传输与第一性原理

经典辐射传输理论直接描述的对象是电磁辐射能量, 而非电磁波。在宏观物体的范畴内, 要让辐射传输理论从唯象走向第一性原理, 就是要在辐射传输理论与以 Maxwell 方程组为基础的经典电磁学之间建立起联系。具体来说, 要建立这一联系, 有 3 条途径: 理论推导、数值模拟和受控实验。其中, 毋庸置疑, 理论推导是最基础也是最根本的一条途径; 而数值模拟和受控实验则从更接近实际应用的角度, 提供了重要的补充。

3.1 理论推导

3.1.1 理论基础: 波的多次散射理论

与辐射传输的能量视角相对的, 从波和场的角度出发, 构建起来的另一套理论体系是波的多

次散射理论, 也称为波的解析理论。波的多次散射理论的众多研究成果, 为从第一性原理出发的辐射传输理论推导提供了基础。

Foldy (1945) 最早提出基于标量波动方程来考虑随机分布的散射体集合对波 (并不局限于电磁波) 的多次散射作用, 其提出的基本假设和研究思路对之后的研究产生了深远的影响。

$$(\nabla^2 + k_0^2)\psi(\mathbf{r}) = 0 \quad (3)$$

Foldy (1945) 研究的基本问题是: 考虑 N 个位置和散射特性服从一定概率分布并相互独立的各向同性点状散射体, 在已知这些散射体的散射特性和分布函数的条件下, 由入射波 $\psi_0(\mathbf{r})$ 求出总场 $\psi(\mathbf{r})$ 在配置平均意义下的一阶矩和二阶矩 (相关函数)。在求解这一问题的过程中, 他创造性地提出将总场视为入射波 ψ_0 与 N 个散射体的散射波 ψ^i 的叠加:

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) + \sum_{i=1}^N \psi^i(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) + \sum_{i=1}^N g_i \psi^i(\mathbf{r}_i) \mathbf{A}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \quad (4)$$

式中, g_i 是第 i 个散射体的散射函数, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)$ 表示以 \mathbf{r}_i 为源点的波在 \mathbf{r} 处的传播系数, 在此处具有球面波 $\frac{e^{-ik_0r}}{r}$ 的形式 (因为所有散射体均被视为各向同性的点); 而另一方面, 每个散射体的散射波又可以看成是这一散射体对入射波和其他散射体的散射波 (也即总场减去该散射体的散射波) 的散射, 从而:

$$\psi^i(\mathbf{r}_i) = \psi_0(\mathbf{r}_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^N g_j \psi^j(\mathbf{r}_j) \mathbf{A}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \quad (5)$$

将式 (5) 代入式 (4) 中, 容易看出对总场的这一分解可以进一步迭代展开成一个无穷级数。这一形式的方程组后来被称为 Foldy-Lax 方程组。

上述的分解针对的是某一特定的配置 (散射体的位置、取向和散射特性的某一特定取值组合), 更进一步地, 需要在配置平均的意义下进行研究, 更具体地说, 就是计算配置平均下总场的一阶矩 $\langle \psi(\mathbf{r}) \rangle$ 和二阶矩 $\langle \psi(\mathbf{r}) \psi^*(\mathbf{r}') \rangle$ 。Foldy (1945) 推导得到的一阶矩和二阶矩满足的积分方程形式上分别与量子力学中的 Dyson 方程 (Dyson, 1949) 和 Bethe-Salpeter 方程 (Salpeter 和 Bethe, 1951) 类似 (Barabanenkov 等, 1971)。在 $N \rightarrow \infty$ 的极限下, 使用 Liouville-Neumann 方法对一阶矩

和二阶矩满足的积分方程进行迭代展开, 可以得到它们各自的级数解, 但如果要实际使用, 必须对级数进行截断。特别地, 在该研究的条件下, 可以只保留级数的第一项。这一近似后来被称为 Foldy 近似, 或有效场近似。

Lax (1951, 1952) 引入有效场和平均场的比例系数 c 作为修正因子, 将 Foldy (1945) 的方法进一步推广到了非各向同性散射、非弹性散射和运动散射体等情况下, 并明确地将多次散射划分为相干散射和非相干散射两部分, 其中相干散射对应于散射场的一阶矩的系综平均或配置平均, 而非相干散射对应于散射场的随机涨落。通过对液体和晶体性质的比较, Lax (1952) 提出了准晶体近似 QCA (Quasi-Crystalline Approximation), 在 Foldy 近似的基础上多保留一项, 也即保留到级数的第二项。值得一提的是, Watson (1953) 论证了多体 Schrödinger 方程具有与 Foldy-Lax 方程组相似形式的严格解, 从而揭示了波的多次散射与量子力学中多体问题之间的联系。

Twersky (1964) 将 Foldy 和 Lax 等的工作纳入到一个系统的框架下, 并提出在 $N \rightarrow \infty$ 的极限下, 可以忽略迭代式中多次包含同一散射体的项, 从而将无穷阶的展开式截断为至多 N 阶, 这一近似后来被称为 Twersky 近似 (图 1)。

另一方面, 对于二阶矩 $\langle \psi(\mathbf{r})\psi^*(\mathbf{r}') \rangle$, Borovoi (1966) 提出可以只考虑 $\psi(\mathbf{r})$ 和 $\psi^*(\mathbf{r}')$ 中不含相同散射体, 或所包含的相同散射体顺序相同的那些项, 也即所谓“阶梯项”, 对应的 Feynman 图表示被称为“阶梯图”(如图 2(a)所示)。与之对应的, 含有相同散射体而顺序不同的项, 则称为“交叉项”, 对应的 Feynman 图称为“交叉图”(图 2(b)); 特别地, 当散射体顺序恰好完全相反时, 对应的 Feynman 图称为“极大交叉图”(图 2(c))。Borovoi (1966) 提出的这一想法, 后来被称为阶梯近似。

Foldy 等 (1945) 的研究对象是标量场。将其推广到矢量场并不容易, 因为对一个矢量场来说, 散射体产生的散射场并不是直接与其所受到的外场作用成比例, 而是与其旋度的旋度成比例。特别地, 对于电磁场, Tsang 和 Kong (1980) 和 Prishivalik 等 (1984) 借助并矢 Green 函数等数学工

具, 推导得到了矢量形式的 Foldy-Lax 方程组, 并论证了其是电磁场的体积分方程的严格的解。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \sum_{i=1}^N \int_{V_i} d^3\mathbf{r}' \vec{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \int_{V_i} d^3\mathbf{r}'' \vec{\mathbf{T}}_i(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \cdot \mathbf{E}_i(\mathbf{r}'') \quad (6)$$

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \sum_{j(\neq i)=1}^N \mathbf{E}_{ij}^{\text{exc}}(\mathbf{r}) \quad (7)$$

$$\mathbf{E}_{ij}^{\text{exc}}(\mathbf{r}) = \int_{V_i} d^3\mathbf{r}' \vec{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \int_{V_j} d^3\mathbf{r}'' \vec{\mathbf{T}}_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \cdot \mathbf{E}_j(\mathbf{r}'') \quad (8)$$

式中, $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ 表示入射场, $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}'')$ 表示第 i 个散射体受到的激发场, $\mathbf{E}_{ij}^{\text{exc}}(\mathbf{r})$ 表示第 j 个散射体对第 i 个散射体产生的激发场, $\vec{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 表示并矢 Green 函数, $\vec{\mathbf{T}}_i(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ 和 $\vec{\mathbf{T}}_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ 是并矢散射算符。需要注意的是, 虽然这里将电场(磁场)划分为了若干成分, 这一划分并不具有实际的物理意义, 而只是一种数学手段, 实际存在的只有总场 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, 不应把这里所说的电磁波的多次散射理解为“光子”或“光线”在散射体之间来回碰撞的过程 (Mishchenko, 2014b)。

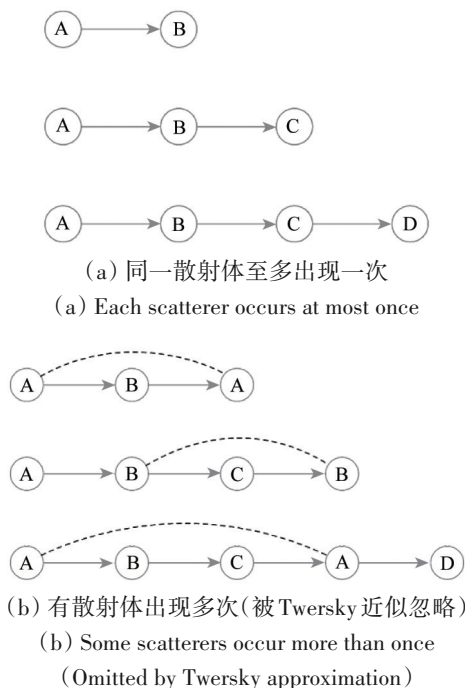


图 1 Feynman 图表示下的 Twersky 近似示意图 (图中每个不同的字母代表不同的散射体, 虚线连接的表示同一散射体)
Fig. 1 Twersky approximation illustrated conceptually using Feynman diagrams (Different letters stand for different scatterers, while dashed curves connect the same scatterer which occurs more than once)

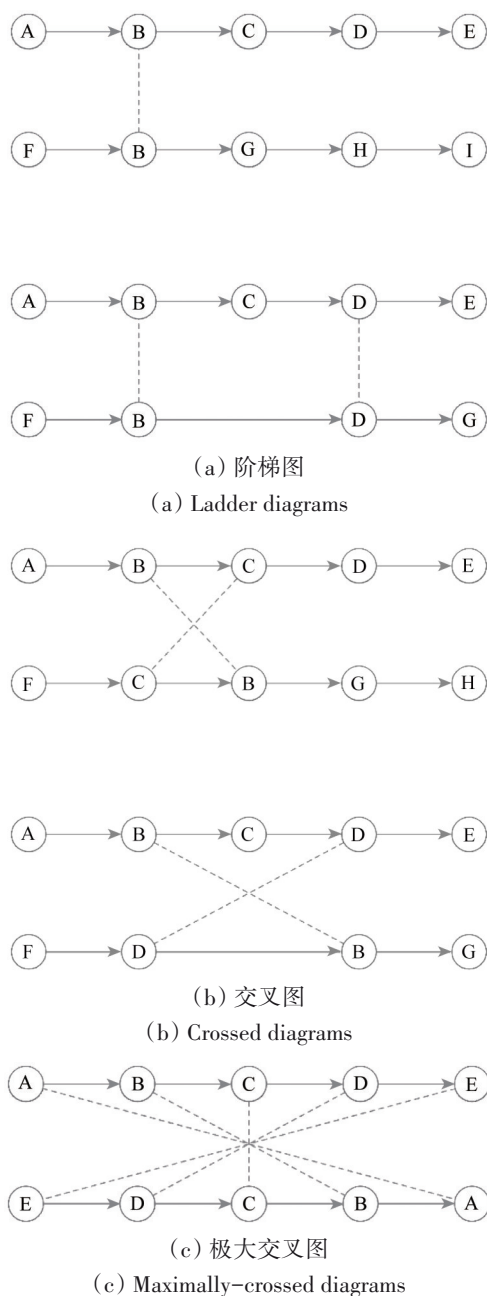


图2 Feynman图表示下的阶梯图和交叉图

Fig. 2 Ladder and cyclical diagrams illustrated using Feynman diagrams

由于波的多次散射理论与辐射传输理论的研究对象上有许多重合,不少研究者对二者的关系进行了探讨 (Bremmer, 1964; Barabanenkov, 1969; Furutsu, 1975; Ishimaru, 1978),并论证了多次散射理论中的相关函数可以近似视为对辐亮度的积分,而相干强度的衰减形式则与辐射传输理论中的削弱入射辐射部分的衰减形式(也即消光定律的形式)相仿。这些研究为基于第一性原理的辐射传输方程推导奠定了基础。

3.1.2 从Maxwell方程组推导辐射传输方程

早在20世纪60年代,研究者就已经认识到:辐射传输方程的严格推导,不能依赖于能量守恒,而必须考虑辐射传输方程之下的经典电磁学问题,也即电磁波在分布有离散散射体的介质中的多次散射 (Kuzmina 等, 2018)。在经典电磁学的框架下,第一性原理指的就是Maxwell方程组。从Maxwell方程组出发进行辐射传输方程推导,具体来说,指的就是在一定的假设和近似下,从Maxwell方程组推导得到具有辐射传输方程形式的关系式,并阐明这一关系式中各物理量与辐射传输方程中各项的对应关系 (Kravtsov 和 Apresyan, 1996)。与此同时,如果在特定的假设下能够由Maxwell方程组推导得到这样的关系式,也就说明辐射传输理论在这一假设成立的条件下是适用的。

目前得到比较妥善解决的是入射场为平面电磁波,而散射体在介质中稀疏分布的情形。这一条件下,可以自然地假设散射体之间不存在相互影响,也即散射体的位置和散射特性的分布都是随机并相互独立的,则在任意时刻,空间中所有散射体的位置和状态分布的概率就等于单个散射体位置和状态分布的概率的乘积。另一方面,散射体分布的稀疏性也保证了远场近似(也即散射体之间的距离远大于散射体的尺寸,同时也远大于波长;在远场处,每个散射体的散射场可以视为球面波,而与散射体本身的大小和形状无关)的成立 (Doicu 和 Mishchenko, 2018)。Doicu 和 Mishchenko (2018) 提出,在这一情形下,从Maxwell方程组推导辐射传输方程的方法,可以分为3类:第1类是基于远场近似下的远场Foldy-Lax方程组的;第2类是基于精确Foldy-Lax方程组推导得到的Dyson和Bethe-Salpeter方程组的 (Doicu 和 Mishchenko, 2019a);第3类是基于Bethe-Salpeter方程组的Wigner变换的 (Doicu 和 Mishchenko, 2019b)。其中得到最广泛接受的是第一类方法,这一方法由Mishchenko (2002) 提出,并经过Mishchenko等 (2006)、Mishchenko (2010) 以及Doicu和Mishchenko (2018) 等进一步归纳完善。其推导过程可概括为下述主要步骤:

首先,在远场近似下,可以得到关于总场和散射场的远场Foldy方程组:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \sum_i \frac{e^{ik_i r_i}}{r_i} \vec{A}(\hat{r}_i, \hat{s}) \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{R}_i) + \\ \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{e^{ik_i r_i}}{r_i} \vec{A}(\hat{r}_i, \hat{R}_{ij}) \cdot \mathbf{E}_{ij} \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 表示 \mathbf{r} 处的电场强度, $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ 表示入射场在 \mathbf{r} 处的电场强度, $\vec{A}(\hat{r}_i, \hat{s})$ 和 $\vec{A}(\hat{r}_i, \hat{R}_{ij})$ 是第 i 个散射体的远场散射并矢, \mathbf{E}_{ij} 代表第 j 个散射体的激发场在第 i 个散射体位置处的电场强度, 从而 $\frac{e^{ik_i r_i}}{r_i} \vec{A}(\hat{r}_i, \hat{s}) \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{R}_i)$ 就表示了第 i 个散射体对入射场的散射在 \mathbf{r} 处的电场强度, 而 $\sum_{j \neq i} \frac{e^{ik_i r_i}}{r_i} \vec{A}(\hat{r}_i, \hat{R}_{ij}) \cdot \mathbf{E}_{ij}$ 则表示了第 i 个散射体对其余散射体的激发场的散射在 \mathbf{r} 处的电场强度。

将表征散射体间相互作用的 \mathbf{E}_{ij} 迭代展开成无穷级数, 在散射体数目 $N \rightarrow \infty$ 的情况下, 对展开式应用 Twersky 近似, 对每一散射体的贡献最多考虑一次, 得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \sum_i \vec{U}(\mathbf{r}_i, \hat{s}) \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{R}_i) + \\ \sum_i \sum_{j \neq i} \vec{U}(\mathbf{r}_i, \hat{R}_{ij}) \cdot \vec{U}(\mathbf{R}_{ij}, \hat{s}) \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{R}_j) + \\ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{k \neq ij} \vec{U}(\mathbf{r}_i, \hat{R}_{ij}) \cdot \vec{U}(\mathbf{R}_{ij}, \hat{R}_{jk}) \cdot \\ \vec{U}(\mathbf{R}_{jk}, \hat{s}) \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{R}_k) + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $\vec{U}(\mathbf{r}_i, \hat{s}) = \frac{e^{ik_i r_i}}{r_i} \vec{A}(\hat{r}_i, \hat{s})$ 。

在各态历经假设之下, 对展开后的总场进行平均, 得到相干场 $\mathbf{E}_c(\mathbf{r})$:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_c(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \\ n_0 \int_D \vec{U}(\hat{r}_i, \hat{s}) \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{R}_i) d^3 \mathbf{R}_i + \\ n_0^2 \int_D \vec{U}(\hat{r}_i, \hat{R}_{ij}) \cdot \vec{U}(\hat{R}_{ij}, \hat{s}) \cdot \\ \mathbf{E}_0(\mathbf{R}_j) d^3 \mathbf{R}_j d^3 \mathbf{R}_i + \dots \end{aligned} \quad (11)$$

以及相干并矢 $\vec{C}(\mathbf{r})$:

$$\begin{aligned} \vec{C}(\mathbf{r}) = \sum_{A_0} \sum_{B_0} \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) \}_{A_0} \otimes \{ \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \}_{B_0} + \\ n_0 \int_D \sum_{A_1} \sum_{B_1} \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) \}_{A_1} \otimes \{ \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \}_{B_1} d^3 \mathbf{R}_1 + \\ n_0^2 \int_D \sum_{A_2} \sum_{B_2} \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) \}_{A_2} \otimes \{ \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \}_{B_2} d^3 \mathbf{R}_2 d^3 \mathbf{R}_1 + \dots \end{aligned} \quad (12)$$

式中, A 和 B 为散射体集合, 下标代表二者的交集部分。在 $N \rightarrow \infty$ 的情况下, 可对积分中的二重求

和进行近似得到:

$$\begin{aligned} \vec{C}(\mathbf{r}) = \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) \}_s \otimes \{ \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \}_s + \\ n_0 \int_D \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) \}_{s_1} \otimes \{ \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \}_{s_1} d^3 \mathbf{R}_1 + \\ n_0^2 \int_D \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) \}_{s_2} \otimes \{ \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \}_{s_2} d^3 \mathbf{R}_2 d^3 \mathbf{R}_1 + \dots \end{aligned} \quad (13)$$

另一方面, 可以将相干并矢分为相干部分和非相干部分:

$$\vec{C} = \mathbf{E}_c \otimes \mathbf{E}_c^* + \langle \varepsilon_{\text{sct}} \otimes \varepsilon_{\text{sct}}^* \rangle = \vec{C}_c + \vec{C}_d \quad (14)$$

在此基础上, 对相干并矢应用阶梯近似, 排除 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 和 $\mathbf{E}^*(\mathbf{r})$ 中含有相同散射体但作用顺序不同的情况, 可以推导得到关于比相干并矢 $\vec{\Sigma}_L(\mathbf{r}, \hat{q})$ 的积分方程, 并最终得到关于比强度列矢量的矢量辐射传输方程:

$$\begin{aligned} \frac{dI_d(\mathbf{r}, \hat{q})}{ds} = -n_0 \mathbf{K}(\hat{q}) I_d(\mathbf{r}, \hat{q}) + n_0 \mathbf{Z}(\hat{q}, \hat{s}) I_c(\mathbf{r}) + \\ n_0 \int \mathbf{Z}(\hat{q}, \hat{q}') I_d(\mathbf{r}, \hat{q}') d^2 \hat{q}' \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $I_d = DJ_d = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_0}} \begin{bmatrix} \Sigma_{\theta\theta} + \Sigma_{\varphi\varphi} \\ \Sigma_{\theta\theta} - \Sigma_{\varphi\varphi} \\ -\Sigma_{\theta\varphi} - \Sigma_{\varphi\theta} \\ i(\Sigma_{\varphi\theta} - \Sigma_{\theta\varphi}) \end{bmatrix}$ 为相干场的

非相干部分的比强度列矢量; $I_c(\mathbf{r}) = DJ_c(\mathbf{r}) =$

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_0}} \begin{bmatrix} |\mathbf{E}_{c\theta}(\mathbf{r})|^2 + |\mathbf{E}_{c\varphi}(\mathbf{r})|^2 \\ |\mathbf{E}_{c\theta}(\mathbf{r})|^2 - |\mathbf{E}_{c\varphi}(\mathbf{r})|^2 \\ -\mathbf{E}_{c\theta}(\mathbf{r}) \mathbf{E}_{c\varphi}^*(\mathbf{r}) - \mathbf{E}_{c\varphi}(\mathbf{r}) \mathbf{E}_{c\theta}^*(\mathbf{r}) \\ i[\mathbf{E}_{c\varphi}(\mathbf{r}) \mathbf{E}_{c\theta}^*(\mathbf{r}) - \mathbf{E}_{c\theta}(\mathbf{r}) \mathbf{E}_{c\varphi}^*(\mathbf{r})] \end{bmatrix}$$
 为相干场

的相干部分的比强度列矢量。这里的比强度列矢量具有与 Stokes 矢量相同的物理意义。 $\mathbf{K}(\hat{q})$ 为消光矩阵, $\mathbf{Z}(\hat{q}, \hat{s})$ 和 $\mathbf{Z}(\hat{q}, \hat{q}')$ 为相矩阵。

在得到上述矢量辐射传输方程后, 忽略偏振, 就可以得到标量辐射传输方程:

$$\begin{aligned} \frac{dI_d(\mathbf{r}, \hat{q})}{ds} = -n_0 C_{\text{ext}} I_d(\mathbf{r}, \hat{q}) + \frac{C_{\text{sca}}}{4\pi} p(\hat{q}, \hat{s}) I_c(\mathbf{r}) + \\ \frac{C_{\text{sca}}}{4\pi} \int p(\hat{q}, \hat{q}') I_d(\mathbf{r}, \hat{q}') d^2 \hat{q}' \end{aligned} \quad (16)$$

此时比强度列矢量替换为标量, 消光矩阵和相矩阵也各自替换为标量或标量函数。

与经典唯象辐射传输理论的推导相比, 这里基于第一性原理的推导: (1) 明确了比强度列矢量并不直接与能量流动的方向相关, 而是来自于对总场二阶矩的角度谱分解, 从而避免了多向能

流的问题 (Mishchenko, 2014a); (2) 不再依赖“光子”或“光线”的概念 (Mishchenko, 2014a); (3) 首先得到矢量辐射传输方程再得到标量辐射传输方程, 更加符合逻辑 (Doicu 和 Mishchenko, 2018; Mishchenko, 2014b); (4) 直接考虑每一个散射体, 不再依赖“体元”的概念 (Mishchenko 等, 2004)。

上面仅对推导的主要环节进行了介绍, 更具体的推导过程, 可以参考 Doicu 和 Mishchenko (2018, 2019a, 2019b), 以及相关专著, 如 Mishchenko 等 (2006) 和 Mishchenko (2014a) 等。在这一推导的基础上, Doicu 等 (2020a, 2020b) 借助平面波谱分解的方法, 进一步处理了入射场为高斯波束的情形。

近年来, 也有研究者尝试探索新的证明方法。如 Yang 等 (2021) 从单散射体的散射转移算符入手, 结合势能函数来推导多散射体的总散射转移算符, 在不使用有效场近似的情况下, 推导得到了相干场的相干部分的比强度列矢量, 也即 $I_c(\mathbf{r})$ 所满足的矢量传输方程:

$$\frac{dI_c}{ds} = -K_{\text{ext}} \cdot I_c \quad (17)$$

式中, K_{ext} 为消光矩阵。可以看到, 式 (17) 有着类似于唯象辐射传输理论中消光定律的形式, 但与后者不同, 式 (17) 是从 Maxwell 方程组出发推导得来, 而非经验性质的定律。

在定量遥感中, 视具体的波段和研究对象, 前面的推导中使用的远场近似和散射体之间独立无关的假设并不总能成立; 另外, 定量遥感中往往还涉及到地—气、水—气等界面, 此时就不能只考虑体散射, 还必须考虑粗糙面散射的影响。针对这些情形, 如何从 Maxwell 方程组推导得到辐射传输方程, 还有待更进一步的研究。

3.2 数值模拟

Mishchenko 等的推导, 说明了辐射传输理论在稀疏介质中的适用性, 但并没有给出明确的数值范围。为了获得更加准确的数值结果, 探究散射体的散射特性和分布情况对辐射传输理论适用性的影响, 主要有两种方法: 一是基于精确的计算电磁学方法 (直接求解 Maxwell 方程组) 的数值模拟, 二是对散射体及其分布进行精确控制的受控实验。

Mishchenko 等 (2007) 以及 Mishchenko 和 Liu (2007) 使用叠加 T-矩阵方法精确求解球形区域内随机分布若干完全相同的球形粒子 (如图 3 所示) 时的整体电磁散射特性, 其实实验设置被之后的许多研究沿用和借鉴。实验采用的粒子个数取值在 1—240, 对应的占空比为 0.1%—24%; 单个粒子的尺寸参数 $kr = 4$, 折射率为 1.32 或 1.5)。结果显示, 当粒子的分布和取向均固定时, 粒子群散射强度的角度谱呈现出明显的斑点图样, 且随着粒子数增加, 图样愈发复杂。当粒子群的取向随机, 也即对众多取向进行平均时, 斑点图样消失。角度谱的这一斑点图样及其在取向平均下的消失, 有力地说明了干涉效应的存在, 从而表明只考虑电磁波能量, 将电磁波当成相互独立的“光子”或“光线”的辐射传输理论, 是对实际情况的一种近似, 反映的不是电磁辐射的瞬时状态, 而是一种时间平均或粒子群的配置平均。另一方面, 对相函数的计算显示, 散射角超过 170° 时, 存在明显的相干后向散射现象, 这也是单独使用辐射传输理论所无法解释的。

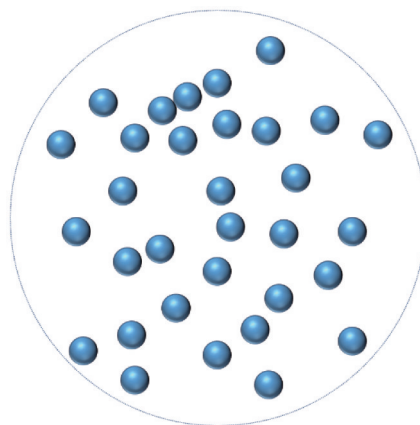


图3 球形粒子在球形区域内随机分布示意图

Fig. 3 Conceptual illustration of a random distribution of spherical particles within a spherical region

Tseng 和 Huang (2007) 在类似的设置 (粒子个数取值在 25—192, 占空比约为 0.3%—20%, 折射率 1.2) 下, 在 30—300 THz 的频率范围 (对应的粒子尺寸参数约为 2—20) 内, 对比了伪谱时域方法 (精确数值解) 与 Monte Carlo 方法 (辐射传输理论) 同计算得到的粒子群的总散射截面。结果显示, 在粒子分布相对稀疏时, 两种方法的结果吻合较好; 但随着粒子数增加, 辐射传输理论所依赖的独立散射假设不再成立, 此时二者的计

算结果之间出现较为明显的偏离。Voit等(2009)也进行了类似(粒子个数取值在50—800, 占空比约为2.6%到41.9%, 尺寸参数约为10, 相对折射率约1.2)的数值模拟, 对比了广义多球Mie理论与Monte Carlo方法的结果, 发现在不考虑前向(散射角小于 20°)和后向(散射角大于 170°)时, 二者的误差较小, 粒子数为400, 对应的占空比超过20%时, 微分散射截面的平均误差不超过5%。此后, Voit等(2012)进一步考虑了电磁波的偏振, 并得到了相似的结论: 也即在粒子占空比不超过20%时, 辐射传输理论与计算电磁学的结果吻合较好。Schäfer和Kienle(2008)在平行放置的无限长圆柱这一情形下, 比较了直接求解Maxwell方程组和Monte Carlo方法的结果, 发现在散射体占空比小于10%时, 两种方法的结果都基本一致, 主要的差异在于基于辐射传输理论的Monte Carlo方法不能反映出相干前向散射(Mishchenko等, 2006)以及有限体积衍射。

之后的研究除了对比辐射传输理论与精确的计算电磁学结果之间的差异, 更关注如何对辐射传输理论进行修正, 以拓展其适用范围。Muinonen(2004)和Muinonen等(2012)发展和完善了辐射传输—相干后向散射方法(RT-CB), 在对辐射传输进行Monte Carlo模拟的过程中记录散射路径, 定量计算出沿这一散射路径与沿其反向散射路径传播的电磁波的相干效应(对应于图2(c)中所示的相干场二阶矩的极大交叉图部分), 从而表征了相干后向散射效应。RT-CB的计算结果与叠加T-矩阵方法的对比表明, 在粒子占空比为5%左右时, 将相干后向散射引入辐射传输后, 可以有效减少后向散射计算结果的误差; 但前向部分仍有明显的偏离, 因为前向的散射峰来自于衍射效应。Ma等(2017)延续了球形粒子在球形区域内随机分布这一基本设置, 比较叠加T-矩阵和Monte Carlo方法的结果, 发现在粒子尺寸参数不超过7, 且粒子占空比不超过10%的情况下, 引入Percus - Yevick近似来考虑非独立散射的影响, 对Monte Carlo方法进行修正, 可以有效减少计算得到的Mueller矩阵的误差。

计算电磁学方法通过对Maxwell方程组的直接数值求解, 理论上可以求得任意介质中任意散射体分布情形下的电磁散射特性。但实际情况下, 受到计算机计算能力和内存空间的限制, 这些方

法往往只适用于尺寸参数不超过100的情形(Mishchenko等, 2002)。近年来, 高性能计算发展迅猛, 陆续有研究者报道了使用离散偶极近似(Yurkin和Hoekstra, 2011)、多层快速多极子算法(Ergül和Gürel, 2014)、伪谱时域算法(Panetta等, 2013)、不变嵌入T-矩阵方法(Sun等, 2019)等计算尺寸参数达到数百的单个散射体电磁散射特性的结果, 但都需要消耗大量的计算资源和计算时间, 与大规模应用还有一定的差距。一方面, 要从这些方法的结果进一步精确计算得到多个散射体和散射体团簇的散射特性, 还比较困难——随着散射体尺寸的增大和数目的增加, 或是散射体形状非对称、不规则时, 计算成本会变得十分高昂(Mackowski和Mishchenko, 2011; Egel等, 2017); 另一方面, 对于遥感观测的一些典型场景, 比如对植被冠层的光学遥感观测, 如果把每片叶子看成一个独立的散射体, 简单估算可知此时散射体的尺寸参数将达到数千甚至数万, 这已经远远超出了上述精确方法的可计算范围。最近, Yu等(2022)提出了使用不变嵌入T-矩阵方法得到的散射特性数据集训练神经网络的方法, 可以在几乎不损失精度的情况下大大压缩数据量并缩短运行时间, 这是一个很有潜力的发展方向, 但还需要进一步的探索和挖掘。

3.3 受控实验

在上述基于数值模拟的研究工作之外, Mishchenko等(2013)精心设计的受控实验, 为探究辐射传输理论的适用性开辟了新途径。他们的研究对象是宽口圆柱形容器中的悬浮单分散乳胶颗粒, 容器的侧面和底部均为吸收性材料, 乳胶颗粒相对水的折射率约为1.196, 平均直径350 nm, 而使用的入射波的中心波长为595 nm和695 nm, 从而散射体的尺寸参数约为2。实验中乳胶颗粒的占空比为2%—10%。在入射角度固定为 20° 的情况下, 测量得到了 -60° — 60° 多个角度下的反射矩阵。另一方面, 在这一实验条件下, 容器中的水和悬浮乳胶颗粒可近似看做无限大水平分层介质, 从而适用累加一倍加法; 而水—气界面的反射和透射可以根据Kirchhoff近似来计算。在假定单个乳胶颗粒的散射特性未知的情况下, 可以根据实验测量结果和辐射传输理论来优化求解单个乳胶颗粒的散射特性。结果显示, 对于占空

比为2%和5%的情况,能够求得结果,但5%情况下优化得到的光学厚度远远超过了2%情况下的2.5倍;对于占空比10%的情况,则根本无法求得结果。而在对辐射传输方程中使用的相函数引入基于Percus-Yevick近似的静态结构因子的修正后,结果得到显著改善。

以上这些数值模拟和受控实验方法,一定程度上揭示了辐射传输理论的适用条件,同时也帮助验证了不同修正方法的效果。但与遥感中面临的实际情况相比,目前所采用的模拟或实验设置还过于简单,既无法反映像植被冠层这样的复杂结构,也没有反映出散射体多尺度的聚集特征(Titov, 1990);另一方面,受到计算性能或实验条件的限制,目前能够得到的不同参数组合下的结果还非常有限,散射体数目也相对较少,尚难以据此提出更进一步的统计模型或经验公式来给出一般性的结果,也就无法回答:在何种参数组合之下,辐射传输计算结果的误差在可接受范围之内。

3.4 辐射传输理论向密集介质的推广

上述理论推导、数值模拟和受控实验共同说明了辐射传输理论对于稀疏介质有着较好的适用性,而在加入对极大交叉项的考虑后,也能够较好地描述相干后向散射现象。但对于密集介质,理论推导中所依赖的远场近似和散射体状态无关的假设都不再成立,因此必须考虑粒子散射场的相干作用(Ishimaru和Kuga, 1982;金亚秋, 1992; Väisänen, 2020)。

早在20世纪50年代,Lax(1952)在研究波的多次散射时,就指出了密集介质的特殊性,并针对密集介质提出了准晶体近似。在此之后,研究者们针对密集介质中波的传播过程陆续开展了一系列研究(Tsang和Kong, 1980; Ishimaru和Kuga, 1982; Tsang等, 1982; Twersky, 1983; Tsang和Ishimaru, 1987; Wen等, 1990)。这些研究的成果集中体现为Tsang和Kong(2001)所系统介绍的密集介质辐射传输理论(Dense Matter Radiative Transfer, DMRT)。DMRT从Maxwell方程组出发,利用准晶体近似和含相干势的准晶体近似(QCA-CP)等,借助成对分布函数和Percus-Yevick近似等方法引入了有效传播常数 K ,从而考虑了相干性的影响。这些近似条件有着各自的适用范围:如QCA适用于尺寸与电磁波波长相当的

散射体;QCA-CP则适用于尺寸小于波长的散射体,同时要求平均自由程远大于波长和散射体的尺寸(Tsang和Kong, 2001)。DMRT首先在雪盖的微波辐射建模和基于被动微波亮温数据的雪盖厚度反演(Jin, 1997; Tsang等, 2000a)以及泡沫覆盖海表的微波辐射建模(Guo等, 2001; Zhou等, 2003)等中得到应用,之后则进一步被用于主动微波遥感(Tsang等, 2007; Chang等, 2014)。

除了DMRT外,近年来,在RT-CB方法的基础之上,Muinonen等(2018)和Väisänen等(2019)又提出了互易执行辐射传输(R^2T^2)方法。该方法的基本思想是:使用含有多个散射体的非相干体元代替单个散射体作为辐射传输计算过程中的基本单元,而电磁场与体元间的相互作用借助叠加T-矩阵方法严格求解。数值模拟和实验测量结果都显示,与此前的方法相比, R^2T^2 对于高占空比(~25%)的密集介质情形更加适用(Väisänen等, 2019, 2020a, 2020b; Väisänen, 2020)。基于类似的思想,Ito等(2017, 2018)也提出了一种叠加T-矩阵和辐射传输相结合的行星风化层反射率和发射率模型,并发现使用静态结构因子对叠加T-矩阵得到的广义球函数展开系数进行修正后,可以减少对前向散射峰的高估,从而与实验室测量结果吻合得更好。

4 结 论

从积分形式的辐射传输方程最早提出,到现在已经过了一百多年。如今,辐射传输理论的应用已经触及从宏观(天体物理、卫星遥感)到微观(生物医学、纳米材料),从现实到虚拟(图形渲染)的众多领域;而我们对辐射传输机理的认识也越发深入。对概念的推敲、基于第一性原理的推导、有关的数值模拟和受控实验,共同说明了辐射传输理论的唯一属性,但这并没有削减辐射传输理论的应用价值。对于定量遥感的典型应用场景,与计算电磁学方法相比,基于辐射传输理论的方法的计算和求解都更加简单,使用起来也更为方便。因此,在可预见的未来,辐射传输理论仍将继续在定量遥感中扮演举足轻重的角色。

从第一性原理出发的研究,建立起了辐射传输理论与经典电磁理论之间的联系,从而帮助我们更好地认识了辐射传输理论的适用范围和条件。虽然目前这些研究还局限在较为理想的情形下,

但它们已经能够给辐射传输理论的机理性修正提供一定的指导, 从而对辐射传输理论的应用范围进行拓展。

另一方面, 在这一联系得到揭示之后, 伴随着计算机性能的发展和有关算法的改进, 辐射传输方法与计算电磁方法的结合正在成为一个值得关注的研究方向。目前, 定量遥感中针对不同波段和不同研究对象, 往往采用不同的方法: 比如对植被的光学遥感和微波遥感, 或是植被遥感和大气遥感, 虽然使用的方法名称都是“辐射传输”, 但其实是建立在不同的假设和近似基础之上的。而辐射传输与计算电磁的结合, 将有望把对不同波段、不同对象的遥感建模和反演研究统一到 Maxwell 方程组这一共同的理论基础之上 (秦其明等, 2020), 从而推动多波段协同定量遥感以及大气—地表/海表—地下/水下一体化定量遥感模型的发展, 进而服务于大气成分反演、地表/海表监测、地下资源勘查 (如各种矿物、石油、煤层气等) 等应用领域。

参考文献 (References)

- Arons A B and Peppard M B. 1965. Einstein's proposal of the photon concept—a translation of the *Annalen der Physik* Paper of 1905. *American Journal of Physics*, 33(5): 367-374 [DOI: 10.1119/1.1971542]
- Bablet A, Vu P V H, Jacquemoud S, Viallefont-Robinet F, Fabre S, Briottet X, Sadeghi M, Whiting M L, Baret F and Tian J. 2018. MARMIT: a multilayer radiative transfer model of soil reflectance to estimate surface soil moisture content in the solar domain (400-2500 nm). *Remote Sensing of Environment*, 217: 1-17 [DOI: 10.1016/j.rse.2018.07.031]
- Balsara D. 2001. Fast and accurate discrete ordinates methods for multidimensional radiative transfer. Part I, basic methods. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 69(6): 671-707 [DOI: 10.1016/S0022-4073(00)00114-X]
- Barabanenkov Y N. 1969. On the spectral theory of radiation transport equations. *Soviet Physics Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 29(4): 679-684
- Barabanenkov Y N, Kravtsov Y A, Rytov S M and Tamarskiĭ V I. 1971. Status of the theory of propagation of waves in a randomly inhomogeneous medium. *Soviet Physics Uspekhi*, 13(5): 551-575 [DOI: 10.1070/PU1971v013n05ABEH004213]
- Beer A. 1854. *Grundriss des photometrischen Calcüles*. Braunschweig: Friedrich Vieweg und Sohn
- Benassi M, Garcia R D M, Karp A H and Siewert C E. 1984. A high-order spherical harmonics solution to the standard problem in radiative transfer. *The Astrophysical Journal*, 280: 853-864 [DOI: 10.1086/162059]
- Bernes C. 1979. A Monte Carlo approach to non-LTE radiative transfer problems. *Astronomy and Astrophysics*, 73: 67-73
- Borovoi A G. 1966. The iteration method in multiple scattering: the transfer equation. *Soviet Physics Journal*, 9(6): 27-29 [DOI: 10.1007/BF01103181]
- Bouguer P. 1729. *Essai d'optique sur la gradation de la lumière*. Paris: Claude Jombert
- Bouguer P. 1760. *Traité d'optique sur la gradation de la lumière*. Paris: H. L. Guerin & L. F. Delatour
- Bremmer H. 1964. Random volume scattering. *Radio Science*, 68(9): 967-981
- Chandrasekhar S. 1950. *Radiative Transfer*. Oxford: Oxford University Press
- Chang W M, Tan S R, Lemmetyinen J, Tsang L, Xu X L and Yueh S H. 2014. Dense media radiative transfer applied to SnowScat and SnowSAR. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 7(9): 3811-3825 [DOI: 10.1109/JSTARS.2014.2343519]
- Chwolson O D. 1889. Grundzüge einer mathematischen Theorie der inneren Diffusion des Lichtes. *Bulletin de l'Académie Impériale des sciences de St.-Petersbourg*, 33: 221-256
- Doicu A and Mishchenko M I. 2018. Overview of methods for deriving the radiative transfer theory from the Maxwell equations. I: approach based on the far-field Foldy equations. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 220: 123-139 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2018.09.004]
- Doicu A and Mishchenko M I. 2019a. An overview of methods for deriving the radiative transfer theory from the Maxwell equations. II: approach based on the Dyson and Bethe - Salpeter equations. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 224: 25-36 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2018.10.032]
- Doicu A and Mishchenko M I. 2019b. An overview of methods for deriving the radiative transfer theory from the Maxwell equations. III: Effects of random rough boundaries and packing density. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 224: 154-170 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2018.11.002]
- Doicu A, Mishchenko M I and Trautmann T. 2020a. Electromagnetic scattering by discrete random media illuminated by a Gaussian beam II: Solution of the radiative transfer equation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 256: 107297 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2020.107297]
- Doicu A, Mishchenko M I and Trautmann T. 2020b. Electromagnetic scattering by discrete random media illuminated by a Gaussian beam I: derivation of the radiative transfer equation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 256: 107301 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2020.107301]
- Dyson F J. 1949. The *S* matrix in quantum electrodynamics. *Physical Review*, 75(11): 1736 [DOI: 10.1103/PhysRev.75.1736]
- Eddington A S. 1916. On the radiative equilibrium of the stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 77(1): 16-35 [DOI: 10.1093/mnras/77.1.16]
- Efremenko D and Kokhanovsky A. 2021. Light scattering, absorption,

- extinction, and propagation in the terrestrial atmosphere//Foundations of Atmospheric Remote Sensing. Switzerland: Springer: 77-147 [DOI: 10.1007/978-3-030-66745-0_3]
- Egel A, Pattelli L, Mazzamuto G, Wiersma D S and Lemmer U. 2017. CELES: CUDA-accelerated simulation of electromagnetic scattering by large ensembles of spheres. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 199: 103-110 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2017.05.010]
- Ergül Ö and Gürel L. 2014. The Multilevel Fast Multipole Algorithm (MLFMA) for Solving Large-Scale Computational Electromagnetics Problems. Piscataway: John Wiley and Sons [DOI: 10.1002/9781118844977]
- Foldy L L. 1945. The multiple scattering of waves. I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers. *Physical Review*, 67(3/4): 107-119
- Furutsu K. 1975. Multiple scattering of waves in a medium of randomly distributed particles and derivation of the transport equation. *Radio Science*, 10(1): 29-44 [DOI: 10.1029/RS010i001p00029]
- Gans R. 1924. Die Farbe des Meeres. *Annalen der Physik*, 380(17): 1-22 [DOI: 10.1002/andp.19243801702]
- Garcia R D M and Siewert C E. 1986. A generalized spherical harmonics solution for radiative transfer models that include polarization effects. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 36(5): 401-423 [DOI: 10.1016/0022-4073(86)90097-X]
- Gastellu-Etchegorry J P, Martin E and Gascon F. 2004. DART: a 3D model for simulating satellite images and studying surface radiation budget. *International Journal of Remote Sensing*, 25(1): 73-96 [DOI: 10.1080/0143116031000115166]
- Glassner A S. 1989. *An Introduction to Ray Tracing*. London: Academic Press
- Guo J, Tsang L, Asher W, Ding K H and Chen C T. 2001. Applications of dense media radiative transfer theory for passive microwave remote sensing of foam covered ocean. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 39(5): 1019-1027 [DOI: 10.1109/36.921420]
- Howell J R, Mengüç M P and Siegel R. 2010. *Thermal Radiation Heat Transfer*. Boca Raton: CRC Press
- Ishimaru A. 1978. *Wave Propagation and Scattering in Random Media*. New York: Academic Press
- Ishimaru A and Kuga Y. 1982. Attenuation constant of a coherent field in a dense distribution of particles. *Journal of the Optical Society of America*, 72(10): 1317-1320 [DOI: 10.1364/JOSA.72.001317]
- Ito G, Arnold J A and Glotch T D. 2017. T-matrix and radiative transfer hybrid models for densely packed particulates at mid-infrared wavelengths. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 122(5): 822-838 [DOI: 10.1002/2017JE005271]
- Ito G, Mishchenko M I and Glotch T D. 2018. Radiative-transfer modeling of spectra of planetary regoliths using cluster-based dense packing modifications. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 123(5): 1203-1220 [DOI: 10.1029/2018JE005532]
- Jin Y. 1992. Radiative Transfer of multi-layer random media with multi-component dense random scattering particles. *Science China*, 12(12): 1311-1317 (金亚秋. 1992. 多成分密集随机散射粒子多层随机介质的辐射传输. *中国科学: A 辑*, 12(12): 1311-1317)
- Jin Y. 1997. Radiative transfer of snowpack/vegetation canopy at the SSM/I channels and satellite data analysis. *Remote Sensing of Environment*, 61(1): 55-63 [DOI: 10.1016/S0034-4257(96)00240-4]
- Kaasalainen S, Kaasalainen M, Mielonen T, Suomalainen J, Peltoniemi J I and Näränen J. 2006. Optical properties of snow in backscatter. *Journal of Glaciology*, 52(179): 574-584 [DOI: 10.3189/172756506781828421]
- Kravtsov Y A and Apresyan L A. 1996. *Radiative transfer: new aspects of the old theory//Progress in Optics*. Amsterdam: Elsevier, 36: 179-244 [DOI: 10.1016/S0079-6638(08)70315-9]
- Kuusik A. 2018. *Canopy radiative transfer modeling//Comprehensive Remote Sensing*. Oxford: Elsevier: 9-22 [DOI: 10.1016/B978-0-12-409548-9.10534-2]
- Kuzmina M G, Bass L P and Nikolaeva O V. 2018. Polarized radiative transfer in optically active light scattering media//Kokhanovsky A, ed. *Springer Series in Light Scattering Volume 2: Light Scattering, Radiative Transfer and Remote Sensing*. [s.l.]: Springer: 1-53 [DOI: 10.1007/978-3-319-70808-9_1]
- Lambert J H. 1760. *Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*. Augsburg: Detlefsen
- Lax M. 1951. Multiple scattering of waves. *Reviews of Modern Physics*, 23(4): 287-310 [DOI: 10.1103/RevModPhys.23.287]
- Lax M. 1952. Multiple scattering of waves. II. The effective field in dense systems. *Physical Review*, 85: 621 [DOI: 10.1103/PhysRev.85.621]
- Liang S L and Mishchenko M I. 1997. Calculations of the soil hot-spot effect using the coherent backscattering theory. *Remote Sensing of Environment*, 60(2): 163-173 [DOI: 10.1016/S0034-4257(96)00179-4]
- Lommel E. 1887. Die Photometrie der diffusen Zurückwerfung. *Sitzber Acad Wissensch München*, 17: 95-124
- Ma L X, Tan J Y, Zhao J M, Wang F Q and Wang C A. 2017. Multiple and dependent scattering by densely packed discrete spheres: comparison of radiative transfer and Maxwell theory. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 187: 255-266 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2016.09.025]
- Mackowski D W and Mishchenko M I. 2011. A multiple sphere T-matrix Fortran code for use on parallel computer clusters. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 112(13): 2182-2192 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2011.02.019]
- Milne E A. 1921. Radiative equilibrium in the outer layers of a star: the temperature distribution and the law of darkening. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 81(5): 361-375 [DOI: 10.1093/mnras/81.5.361]
- Mishchenko M I. 2002. Vector radiative transfer equation for arbitrarily shaped and arbitrarily oriented particles: a microphysical derivation from statistical electromagnetics. *Applied Optics*, 41(33): 7114 [DOI: 10.1364/AO.41.007114]
- Mishchenko M I. 2010. Poynting - Stokes tensor and radiative transfer in discrete random media: the microphysical paradigm. *Optics*

- Express, 18(19): 19770 [DOI: 10.1364/OE.18.019770]
- Mishchenko M I. 2014a. Directional radiometry and radiative transfer: the convoluted path from centuries-old phenomenology to physical optics. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 146: 4-33 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2014.02.033]
- Mishchenko M I. 2014b. *Electromagnetic Scattering by Particles and Particle Groups: An Introduction*. Cambridge: Cambridge University Press [DOI: 10.1017/CBO9781139019064]
- Mishchenko M I, Dlugach J M, Yanovitskij E G and Zakharova N T. 1999. Bidirectional reflectance of flat, optically thick particulate layers: an efficient radiative transfer solution and applications to snow and soil surfaces. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 63(2/6): 409-432
- Mishchenko M I, Dlugach J M, Yurkin M A, Bi L, Cairns B, Liu L, Panetta R L, Travis L D, Yang P and Zakharova N T. 2016. First-principles modeling of electromagnetic scattering by discrete and discretely heterogeneous random media. *Physics Reports*, 632: 1-75 [DOI: 10.1016/j.physrep.2016.04.002]
- Mishchenko M I, Goldstein D H, Chowdhary J and Lompad A. 2013. Radiative transfer theory verified by controlled laboratory experiments. *Optics Letters*, 38(18): 3522 [DOI: 10.1364/OL.38.003522]
- Mishchenko M I, Hovenier J W and Mackowski D W. 2004. Single scattering by a small volume element. *Journal of the Optical Society of America A*, 21(1): 71-87 [DOI: 10.1364/JOSAA.21.000071]
- Mishchenko M I and Liu L. 2007. Weak localization of electromagnetic waves by densely packed many-particle groups: exact 3D results. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 106(1/3): 616-621 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2007.01.039]
- Mishchenko M I, Liu L, Mackowski D W, Cairns B and Videen G. 2007. Multiple scattering by random particulate media: exact 3D results. *Optics Express*, 15(6): 2822 [DOI: 10.1364/OE.15.002822]
- Mishchenko M I, Travis L D and Lacis A A. 2002. *Scattering, Absorption, and Emission of Light by Small Particles*. Cambridge: Cambridge University Press
- Mishchenko M I, Travis L D and Lacis A A. 2006. *Multiple Scattering of Light by Particles: Radiative Transfer and Coherent Backscattering*. Cambridge: Cambridge University Press
- Mobley C D. 2001. Radiative transfer in the ocean//*Encyclopedia of Ocean Sciences*. San Diego: Academic Press: 2321-2330 [DOI: 10.1006/rwos.2001.0469]
- Muinson K. 2004. Coherent backscattering of light by complex random media of spherical scatterers: numerical solution. *Waves in Random Media*, 14(3): 365-388 [DOI: 10.1088/0959-7174/14/3/010]
- Muinson K, Markkanen J, Väisänen T, Peltoniemi J and Penttilä A. 2018. Multiple scattering of light in discrete random media using incoherent interactions. *Optics Letters*, 43(4): 683-686 [DOI: 10.1364/OL.43.000683]
- Muinson K, Mishchenko M I, Dlugach J M, Zubko E, Penttilä A and Videen G. 2012. Coherent backscattering verified numerically for a finite volume of spherical particles. *The Astrophysical Journal*, 760(2): 118 [DOI: 10.1088/0004-637X/760/2/118]
- Panetta R L, Liu C and Yang P. 2013. A pseudo-spectral time domain method for light scattering computation//*Kokhanovsky A A, ed. Light Scattering Reviews 8*. Berlin: Springer: 139-188 [DOI: 10.1007/978-3-642-32106-1_4]
- Peraiah A. 2002. *An Introduction to Radiative Transfer: Methods and Applications in Astrophysics*. Cambridge: Cambridge University Press
- Prahl S A. 1995. The adding-doubling method//*Optical-Thermal Response of Laser-Irradiated Tissue*. New York: Springer: 101-129 [DOI: 10.1007/978-1-4757-6092-7_5]
- Preisendorfer R W. 1965. *Radiative Transfer on Discrete Spaces*. Oxford: Pergamon Press
- Prishivalko A P, Babenko V A and Kuzmin V N. 1984. *Scattering and absorption of light by inhomogeneous and anisotropic spherical particles*. Minsk: Nauka i Tehnika
- Qin Q M, Chen J, Zhang Y G, Ren H Z, Wu Z H, Zhang C S, Wu L S and Liu J L. 2020. A discussion on some frontier directions of quantitative remote sensing. *Remote Sensing for Land and Resources*, 32(4): 8-15 (秦其明, 陈晋, 张永光, 任华忠, 吴自华, 张赤山, 吴霖升, 刘见礼. 2020. 定量遥感若干前沿方向探讨. *国土资源遥感*, 32(4): 8-15) [DOI: 10.6046/gtzyyg.2020.04.02]
- Qin Q M, Fan W J and Ren H Z. 2018. *Theories, Methods and Applications of Quantitative Remote Sensing for Croplands*. Beijing: Science Press (秦其明, 范闻捷, 任华忠. 2018. *农田定量遥感理论、方法与应用*. 北京: 科学出版社)
- Royer A, Roy A, Montpetit B, Saint-Jean-Rondeau O, Picard G, Brucker L and Langlois A. 2017. Comparison of commonly-used microwave radiative transfer models for snow remote sensing. *Remote Sensing of Environment*, 190: 247-259
- Rozenberg G V. 1955. Vector-parameter Stokes. *UAN* 56(1): 79-110
- Sadeghi M, Babaeian E, Tuller M and Jones S B. 2018. Particle size effects on soil reflectance explained by an analytical radiative transfer model. *Remote Sensing of Environment*, 210: 375-386 [DOI: 10.1016/j.rse.2018.03.028]
- Salpeter E E and Bethe H A. 1951. A relativistic equation for bound-state problems. *Physical Review*, 84(6): 1232-1242 [DOI: 10.1103/PhysRev.84.1232]
- Schäfer J and Kienle A. 2008. Scattering of light by multiple dielectric cylinders: comparison of radiative transfer and Maxwell theory. *Optics Letters*, 33(20): 2413 [DOI: 10.1364/OL.33.002413]
- Schmugge T J. and Choudhury B J. 1981. A comparison of radiative transfer models for predicting the microwave emission from soils. *Radio Science*, 16(5), 927-938 [DOI: 10.1029/RS016i005p00927]
- Schuster A. 1905. Radiation through a foggy atmosphere. *The Astrophysical Journal*, 21: 1 [DOI: 10.1086/141186]
- Schwarzschild K. 1906. Über das gleichgewicht der sonnenatmosphäre. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1906: 41-53
- Siewert C E. 2000. A discrete-ordinates solution for radiative-transfer models that include polarization effects. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 64(3): 227-254 [DOI: 10.1016/S0022-4073(99)00006-0]
- Sobolev V V. 1949. On polarization of scattered light. *Trudy Astron.*

- Obs. Leningr. Univ, 13: 3-16
- Sun B Q, Bi L, Yang P, Kahnert M and Kattawar G. 2019. Invariant Imbedding T-Matrix Method for Light Scattering by Nonspherical and Inhomogeneous Particles. Amsterdam: Elsevier
- Titov G A. 1990. Statistical description of radiation transfer in clouds. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 47(1): 24-38 [DOI: 10.1175/1520-0469(1990)047<0024:SDORTI>2.0.CO;2]
- Tsang L. 1984. Thermal emission of nonspherical particles. *Radio Science*, 19(4): 966-974 [DOI: 10.1029/RS019i004p00966]
- Tsang L, Chen C T, Chang A T C, Guo J J and Ding K H. 2000a. Dense media radiative transfer theory based on quasicrystalline approximation with applications to passive microwave remote sensing of snow. *Radio Science*, 35(3): 731-749 [DOI: 10.1029/1999RS002270]
- Tsang L and Ishimaru A. 1987. Radiative wave equations for vector electromagnetic propagation in dense nontenuous media. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 1(1): 59-72 [DOI: 10.1163/156939387X00090]
- Tsang L and Kong J A. 2001. *Scattering of Electromagnetic Waves: Advanced Topics*. New York: John Wiley and Sons [DOI: 10.1002/0471224278]
- Tsang L and Kong J A. 1980. Multiple scattering of electromagnetic waves by random distributions of discrete scatterers with coherent potential and quantum mechanical formalism. *Journal of Applied Physics*, 51(7): 3465-3485 [DOI: 10.1063/1.328200]
- Tsang L, Kong J A and Ding K H. 2000b. *Scattering of Electromagnetic Waves: Theories and Applications*. New York: John Wiley and Sons [DOI: 10.1002/0471224286]
- Tsang L, Kong J A and Habashy T. 1982. Multiple scattering of acoustic waves by random distribution of discrete spherical scatterers with the quasicrystalline and Percus - Yevick approximation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 71(3): 552-558 [DOI: 10.1121/1.387524]
- Tsang L, Pan J, Liang D, Li Z X, Cline D W and Tan Y H. 2007. Modeling active microwave remote sensing of snow using dense media radiative transfer (DMRT) theory with multiple-scattering effects. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45(4): 990-1004 [DOI: 10.1109/TGRS.2006.888854]
- Tseng S H and Huang B. 2007. Comparing Monte Carlo simulation and pseudospectral time-domain numerical solutions of Maxwell's equations of light scattering by a macroscopic random medium. *Applied Physics Letters*, 91(5): 051114 [DOI: 10.1063/1.2767777]
- Twersky V. 1964. On propagation in random media of discrete scatterers//Bellman R, ed. *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*. Providence: American Mathematical Society: 84-116 [DOI: 10.1090/psapm/016/0163605]
- Twersky V. 1983. Propagation in correlated distributions of large-spaced scatterers. *Journal of the Optical Society of America*, 73(3): 313-320 [DOI: 10.1364/JOSA.73.000313]
- Väisänen T. 2020. *Light Scattering in Dense Particulate Media*. Helsinki: University of Helsinki
- Väisänen T, Markkanen J, Hadamcik E, Renard J B, Lasue J, Levasseur-Regourd A C, Blum J and Muinonen K. 2020a. Scattering of light by a large, densely packed agglomerate of small silica spheres. *Optics Letters*, 45(7): 1679 [DOI: 10.1364/OL.382240]
- Väisänen T, Martikainen J and Muinonen K. 2020b. Scattering of light by dense particulate media in the geometric optics regime. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 241: 106719 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2019.106719]
- Väisänen T, Markkanen J, Penttilä A and Muinonen K. 2019. Radiative transfer with reciprocal transactions: numerical method and its implementation. *PLoS ONE*, 14(1): e0210155 [DOI: 10.1371/journal.pone.0210155]
- Verhoef W. 1998. *Theory of Radiative Transfer Models Applied in Optical Remote Sensing of Vegetation Canopies*. Wageningen: Wageningen Agricultural University
- Voit F, Hohmann A, Schäfer J and Kienle A. 2012. Multiple scattering of polarized light: comparison of Maxwell theory and radiative transfer theory. *Journal of Biomedical Optics*, 17(4): 045003 [DOI: 10.1117/1.JBO.17.4.045003]
- Voit F, Schäfer J and Kienle A. 2009. Light scattering by multiple spheres: comparison between Maxwell theory and radiative-transfer-theory calculations. *Optics Letters*, 34(17): 2593 [DOI: 10.1364/OL.34.002593]
- Wang L V and Wu H. 2007. *Biomedical Optics: Principles and Imaging*. Hoboken: John Wiley and Sons
- Watson K M. 1953. Multiple scattering and the many-body problem—applications to photomeson production in complex nuclei. *Physical Review*, 89(3): 575-587 [DOI: 10.1103/PhysRev.89.575]
- Wen B, Tsang L, Winebrenner D P and Ishimaru A. 1990. Dense medium radiative transfer theory: comparison with experiment and application to microwave remote sensing and polarimetry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 28(1): 46-59 [DOI: 10.1109/36.45744]
- Wendisch M and Yang P. 2012. *Theory of Atmospheric Radiative Transfer: A Comprehensive Introduction*. Singapore: John Wiley and Sons
- Whitney B A. 2011. *Monte Carlo radiative transfer//Fluid Flows to Black Holes: A Tribute to S Chandrasekhar on His Birth Centenary*. Singapore: World Scientific: 151-176 [DOI: 10.1142/9789814374774_0011]
- Wolf E. 1976. New theory of radiative energy transfer in free electromagnetic fields. *Physical Review D*, 13(4): 869-886 [DOI: 10.1103/PhysRevD.13.869]
- Wolf P E and Maret G. 1985. Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media. *Physical Review Letters*, 55(24): 2696-2699 [DOI: 10.1103/PhysRevLett.55.2696]
- Yang W, Jin X and Gao X Q. 2021. Vector radiative transfer equation for arbitrary shape particles derived from Maxwell's electromagnetic theory. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 265: 107307 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2020.107307]
- Yu J H, Bi L, Han W and Zhang X Y. 2022. Application of a neural network to store and compute the optical properties of non-spherical particles. *Advances in Atmospheric Sciences*, 39(12): 2024-2039

- [DOI: 10.1007/s00376-021-1375-5]
- Yurkin M A and Hoekstra A G. 2011. The discrete-dipole-approximation code ADDA: capabilities and known limitations. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 112(13): 2234-2247 [DOI: 10.1016/j.jqsrt.2011.01.031]
- Zhai P W, Hu Y X, Trepte C R and Lucker P L. 2009. A vector radiative transfer model for coupled atmosphere and ocean systems based on successive order of scattering method. *Optics Express*, 17(4): 2057-2079 [DOI: 10.1364/OE.17.002057]
- Zhou L, Tsang L and Chen D. 2003. Polarimetric passive microwave remote sensing of wind vectors with foam-covered rough ocean surfaces. *Radio Science*, 38(4): 1073 [DOI: 10.1029/2002RS002764]

Radiative transfer : From phenomenology to first principles

WU Zihua, QIN Qiming

Institute of Remote Sensing and Geographic Information System, School of Space and Earth Sciences, Peking University, Beijing 100871, China

Abstract: Radiative Transfer Theory (RTT) is one of the essential foundations in astrophysics, engineering thermophysics, computer graphics, biomedical imaging, and remote sensing. RTT is particularly widely used in the field of quantitative remote sensing. However, classical RTT is a phenomenological theory based on heuristic summarizations of experiments instead of being directly derived from the first principles. Given the ignorance of the wave property, RTT cannot explain interference and diffraction phenomena, e.g., the well-known coherent backscattering.

The root of RTT dates back to the photometry study by Bouguer, Lambert, and Beer. Von Lommel and Chwolson are believed to propose the integral form of the Radiative Transfer Equation (RTE) for the first time in the 1880s. Afterward, many other scientists, including Schuster, Schwarzschild, Eddington, Milne, Gans, Sobolev, Chandrasekhar, Rozenberg, and Tsang, contributed to the establishment of RTT as a strict theory. However, classical RTT implicitly depends on the assumption of independent scattering, which fails when applied to dense matter. It requires the first-principle approach to bridge the gap between classical RTT and classical electromagnetics and extend the application of RTT. Three ways can be applied: (1) direct derivation, (2) numerical simulations, and (3) controlled experiments. Direct derivation of the RTE from first principles (i.e., Maxwell equations) is the most fundamental approach. Mishchenko and his colleagues' derivation is currently considered the most rigorous. This derivation is primarily based on previous research on multiple scattering of electromagnetic waves, to which Foldy, Lax, Twersky, and many others have made significant contributions. Mishchenko et al. managed to derive the RTE from Maxwell equations for both coherent and incoherent intensities under the condition of plane wave and discrete random media. The derivation proves that RTT is not a disconnected "island" from the "mainland" of classical electromagnetics.

Besides derivations, numerical simulations and controlled experiments help reveal the connection between RTT and numerically exacted computational electromagnetics. In these simulations and experiments, the RTT and electromagnetic computation results are compared under different conditions. Results show that RTT can yield satisfactory results when the volume percentage of scatterers is low. Some corrections, e.g., the Percus-Yevick model, can be introduced to compensate for the errors of RTT when the density of scatterers further increases. Based on these studies, some efforts have been made to extend RTT to the case of dense matter. Notable achievements include the DMRT and the R^2T^2 theories.

Although these studies are still limited to some ideal situations, they have provided some guidance for the mechanistic revision of RTT, thereby expanding the scope of its application. On the contrary, the combination of radiative transfer methods with computational electromagnetics becomes a research direction of interest, along with the development of computer performance and the improvement of relevant algorithms. At present, different methods are used in quantitative remote sensing for different wavebands and different research objects: for example, optical remote sensing and microwave remote sensing for vegetation or vegetation remote sensing and atmospheric remote sensing. Although the names of the methods used are "radiative transfer," they are based on different assumptions and approximations. The combination of RTT and computational electromagnetics is a promising approach to unifying the remote sensing modeling and inversion studies of different wavelengths and objects.

Key words: radiative transfer, phenomenology, first principles, classical electromagnetics, Maxwell equations

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. 42071314)